Pantographe

claude.rudel@gmail.com

3 Septembre 2019 - Version 1.0.3

Contents

1 Introduction

Le but de ce document est la présentation des calculs issus d'un programme Desmos.

Pour cela, chaque *item* (dossier, commentaire et formule) de la feuille de calcul est repris avec le numéro de ligne des formules écrites en LaTeX afin de suivre le déroulement de ces calculs et aboutir au résultat final.

Une utilisation de cette présentation pourra être, en plus de la compréhension de la résolution du problème, de transposer les calculs intermédiaires dans un autre langage afin de concevoir réellement la solution.

2 Principe du pantographe

Un pantographe est un instrument de dessin constitué de branches articulées entre elles. Ici, le pantographe sera piloté au moyen de 2 servos et comportera un support crayon directement asservi aux angles des 2 servos comme présenté sur la figure 1 et dont l'animation est disponible sous forme du projet Desmos: Pantographe4.

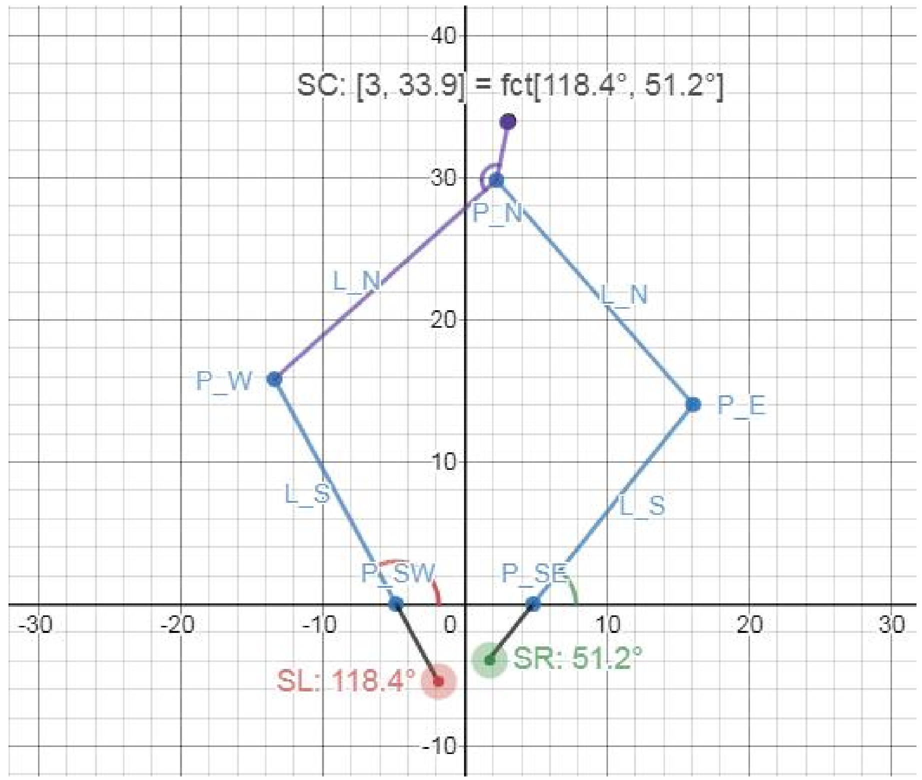

Figure 1: Principe du pantographe piloté par 2 servos

Sur la figure 1, les notations des éléments du pantographe sont les suivantes:

- Les 2 servos SL et SR pour gauche et droite présentant respectivement un angle de 118.4° et 51.2° [1].
- Les 4 pivots P_{SW}, P_W, P_N et P_E solidaires 2 à 2 au moyen des 2 branches supérieures de longueur L_N et des 2 branches inférieures de longueur L_S.
- Le support crayon S_C lui-même solidaire d'une des 2 branches supérieures L_N.

3 Paramètres du pantographe

Afin d'être le plus général possible, les 6 paramètres du pantographe entrant dans les calculs sont:

1. M_{irror} permettant de définir à quelle branche L_N le support crayon S_C est solidaire. $M_{irror} = 0$ pour celle de droite et $M_{irror} = 1$ pour celle de gauche comme sur la figure 1.
2. D_{servos} définissant la distance entre les 2 servos sur l'axe des abscisses. D_{servos} / 2 étant la distance de part et d'autre de l'origine.
3. L_N définissant la longueur des 2 branches supérieures.
4. L_S définissant la longueur des 2 branches inférieures et pouvant être différentes de L_N.
5. W_{SC} définissant la position du support crayon S_C par rapport à P_N comme la distance de S_C au segment [P_W, P_N] si $M_{irror} = 1$ [2].
6. E_{SC} définissant la position du support crayon S_C par rapport à P_N comme la distance de S_C à P_N dans l'alignement du segment [P_W, P_N] si $M_{irror} = 1$ [3].

[1] Angles compris entre 0° et 180° définis dans le sens trigonométrique ou antihoraire
[2] Changer le rôle de W_{SC} en E_{SC} si $M_{irror} = 0$
[3] Changer le rôle de E_{SC} en W_{SC} si $M_{irror} = 0$

4 Zone de traçage théorique

Le pantographe ainsi défini doit respecter les contraintes suivantes:

- Le pentagone constitué des 5 points P_N, P_E, P_{SE}, P_{SW} et P_W doit être convexe c.a.d. que les 5 angles internes doivent être tous inférieurs à 180° et leur somme égale à 540°.
- Les angles des 2 servos doivent être compris entre 0° et 180°.
- La distance du point S_C aux axes des 2 servos P_{SW} et P_{SE} doit être inférieure ou égale à la somme (L_N + L_S).

Avec ces contraintes, une zone de traçage théorique se dessine comme indiqué sur la figure 2 et qui ne dépend que des paramètres du pantographe.

Cette zone de traçage théorique du support crayon S_C est constituée de 5 ou 4 cercles dont les centres et rayons sont accessibles dans le projet Desmos.

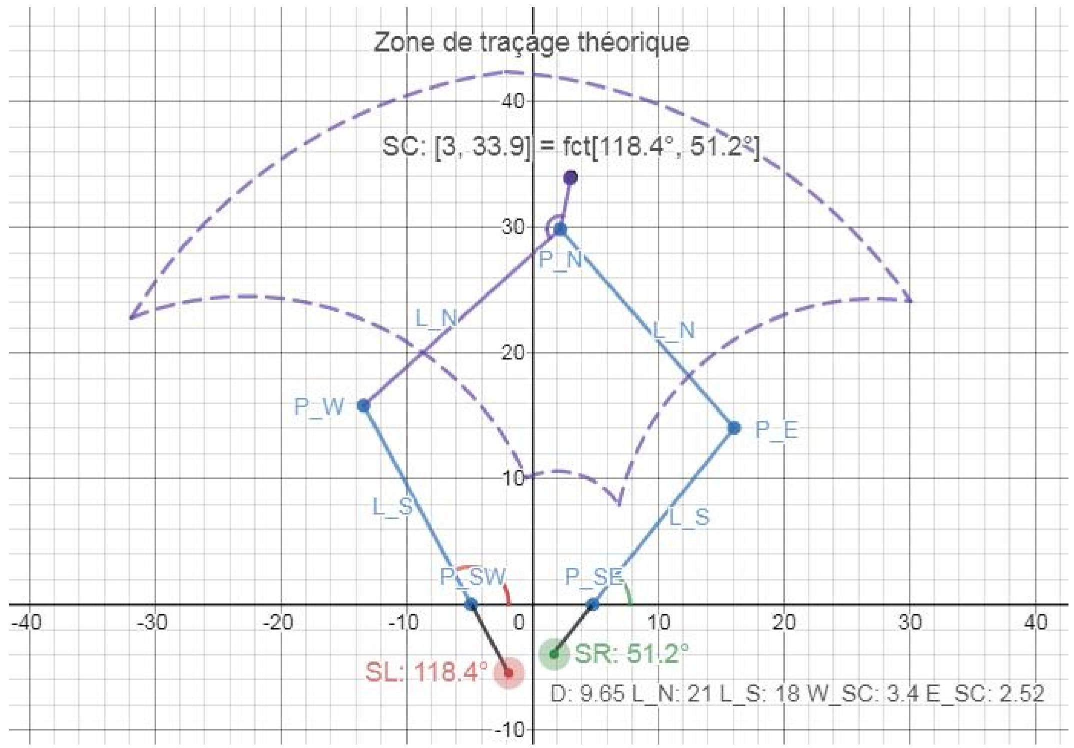

Figure 2: Zone de traçage théorique du support crayon S_C

5 Programmes du pantographe

Ci-après l'ensemble des 2 programmes extrait du projet Desmos et permettant une retranscription dans un autre langage informatique.

5.1 Position S_C = fonction(angles servos S_L et S_R)

Ce programme réalise l'obtention de la position du support crayon S_C en fonction des 2 angles des servos.

Cette feuille de calcul n'est utile que pour vérifier la position de S_C en fonction des valeurs des angles de S_L et S_R comme indiqué sur la figure 2.

Pantographe4 [https://www.desmos.com/calculator/0gsuudmjsr]

Auteur: Claudius @ MI - Date: 28/08/2019 - Version: 1.0

Obtention du point S_C en fonction des angles des servos

1 - Paramètres du pantographe (M_{irror}, distance entre servos D_{servos}, longueurs des branches L_N et L_S, position du support crayon W_{SC} et E_{SC})

4 $$M_{irror} = 1$$

5 $$D_{servos} = 9.65$$

6 $L_N = 21$

7 $L_S = 18$

8 $W_{SC} = 3.4$

9 $E_{SC} = 2.52$

10 (x_{SW}, y_{SW})

11 $x_{SW} = -\frac{D_{servos}}{2}$

12 $y_{SW} = 0$

13 (x_{SE}, y_{SE})

14 $x_{SE} = \frac{D_{servos}}{2}$

15 $y_{SE} = 0$

Distance du segment [P_N, P_W] si M = 0 ou [P_N, P_E] si M = 1 (application de la loi des cosinus - cf. Loi des cosinus)

17 $$Z_{SC} = \sqrt{L_N^2 + W_{SC}^2 + E_{SC}^2 - 2 \cdot L_N \cdot \sqrt{W_{SC}^2 + E_{SC}^2} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{W_{SC}}{\sqrt{W_{SC}^2 + E_{SC}^2}}\right)\right)}$$

Distance du segment [P$_N$, S$_R$] si M = 0 ou [P$_N$, S$_L$] si M = 1 lorsque les branches L$_N$ et L$_S$ sont tendues (L$_N$ dans le prolongement de L$_S$) (application de la loi des cosinus - cf. Loi des cosinus)

19 $$Y_{SC} = \sqrt{(L_N + L_S)^2 + W_{SC}^2 + E_{SC}^2 - 2\left(L_N + L_S\right) \cdot \sqrt{W_{SC}^2 + E_{SC}^2} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{W_{SC}}{\sqrt{W_{SC}^2 + E_{SC}^2}}\right)\right)}$$

20 (x_0, y_0)

21 $x_0 = 1$

22 $y_0 = -5$

2 - Constantes associées

TODO

3 - Angles des servos

26 $$R_{servos} = 3$$

27 $$(x_{SL}, y_{SL})$$

28 $$x_{SL} = -1.3$$

29 $$y_{SL} = -4.3$$

30 $$y = \frac{y_{SL} - y_{SW}}{x_{SL} - x_{SW}} \cdot \left(x + \frac{D_{servos}}{2}\right) \{y \leq 0\} \{y \geq y_{SL}\}$$

31 $$y = \frac{y_{SR} - y_{SE}}{x_{SR} - x_{SE}} \cdot \left(x - \frac{D_{servos}}{2}\right) \{y \leq 0\} \{y \geq y_{SR}\}$$

32 $$q_{SL} = \arctan\left(\frac{y_W - y_{SW}}{x_W - x_{SW}}\right)$$

33 $$a_{SL} = \left\{q_{SL} \geq 0 : \frac{\mathrm{floor}\left(10 \cdot q_{SL} \cdot \frac{180}{\pi}\right)}{10}, \frac{\mathrm{floor}\left(10 \cdot \left(q_{SL} \cdot \frac{180}{\pi} + 180\right)\right)}{10}\right\}$$

34 $$y = \sqrt{R_{servos}^2 - \left(\frac{D_{servos}}{2} + x\right)^2} \left\{x \geq -\frac{D_{servos}}{2} + R_{servos} \cdot \cos\left(q_{SL}\right)\right\}$$

35 $$y=\sqrt{R_{servos}^2-\left(\frac{D_{servos}}{2}+x\right)^2}\left\{x\geq-\frac{D_{servos}}{2}-R_{servos}\cdot\cos\left(q_{SL}\right)\right\}\left\{a_{SL}>90\right\}$$

36 $$(x_{SR},y_{SR})$$

37 $$x_{SR}=4.1$$

38 $$y_{SR}=-11.5$$

39 $$q_{SR}=\arctan\left(\frac{y_E-y_{SE}}{x_E-x_{SE}}\right)$$

40 $$a_{SR}=\left\{q_{SR}\geq 0:\frac{\mathrm{floor}\left(10\cdot q_{SR}\cdot\frac{180}{\pi}\right)}{10},\frac{\mathrm{floor}\left(10\cdot\left(q_{SR}\cdot\frac{180}{\pi}+180\right)\right)}{10}\right\}$$

41 $$y=\sqrt{R_{servos}^2-\left(\frac{D_{servos}}{2}-x\right)^2}\left\{x\geq\frac{D_{servos}}{2}+R_{servos}\cdot\cos\left(q_{SR}\right)\right\}$$

42 $$y=\sqrt{R_{servos}^2-\left(\frac{D_{servos}}{2}-x\right)^2}\left\{x\geq\frac{D_{servos}}{2}-R_{servos}\cdot\cos\left(q_{SR}\right)\right\}\left\{a_{SR}>90\right\}$$

4 - Obtention du pivot P_W comme le point sur la droite $[P_{SW}, S_L]$ et à la distance de L_S de P_{SW}

44 (x_W, y_W)

45 $A_{SLW} = -\left(y_{SW} - y_{SL}\right) \cdot \frac{D_{servos}}{2}$

46 $B_{SLW} = -\left(x_{SW} - x_{SL}\right) \cdot \frac{D_{servos}}{2} + L_S \cdot \sqrt{\left(x_{SW} - x_{SL}\right)^2 + \left(y_{SW} - y_{SL}\right)^2}$

47 $\left(y_{SW} - y_{SL}\right) \cdot x - \left(x_{SW} - x_{SL}\right) \cdot y = A_{SLW}$

48 $\left(x_{SW} - x_{SL}\right) \cdot x + \left(y_{SW} - y_{SL}\right) \cdot y = B_{SLW}$

49 $x_W = \frac{A_{SLW} \cdot (y_{SW} - y_{SL}) + B_{SLW} \cdot (x_{SW} - x_{SL})}{(x_{SW} - x_{SL})^2 + (y_{SW} - y_{SL})^2}$

50 $y_W = \frac{-A_{SLW} \cdot (x_{SW} - x_{SL}) + B_{SLW} \cdot (y_{SW} - y_{SL})}{(x_{SW} - x_{SL})^2 + (y_{SW} - y_{SL})^2}$

Vérification: Distance de P_W à P_{SW} égale à L_S

52 $\sqrt{\left(x_W - x_{SW}\right)^2 + \left(y_W - y_{SW}\right)^2}$

5 - Obtention du pivot P_E comme le point sur la droite [P_{SE}, S_R] et à la distance de L_S de P_{SE}

54 (x_E, y_E)

55 $A_{SRE} = (y_{SE} - y_{SR}) \cdot \frac{D_{servos}}{2}$

56 $B_{SRE} = (x_{SE} - x_{SR}) \cdot \frac{D_{servos}}{2} + L_S \cdot \sqrt{(x_{SE} - x_{SR})^2 + (y_{SE} - y_{SR})^2}$

57 $(y_{SE} - y_{SR}) \cdot x - (x_{SE} - x_{SR}) \cdot y = A_{SRE}$

58 $(x_{SE} - x_{SR}) \cdot x + (y_{SE} - y_{SR}) \cdot y = B_{SRE}$

59 $x_E = \frac{A_{SRE} \cdot (y_{SE} - y_{SR}) + B_{SRE} \cdot (x_{SE} - x_{SR})}{(x_{SE} - x_{SR})^2 + (y_{SE} - y_{SR})^2}$

60 $y_E = \frac{-A_{SRE} \cdot (x_{SE} - x_{SR}) + B_{SRE} \cdot (y_{SE} - y_{SR})}{(x_{SE} - x_{SR})^2 + (y_{SE} - y_{SR})^2}$

Vérification: Distance de P_E à P_{SE} égale à L_S

62 $\sqrt{(x_E - x_{SE})^2 + (y_E - y_{SE})^2}$

6 - Intersection des 2 cercles (P_W; L_N) et (P_E; L_N) (obtention du pivot P_N) (notations de Intersection de 2 cercles)

64 $y - y_W = \sqrt{L_N^2 - (x - x_W)^2}$

65 $y - y_E = \sqrt{L_N^2 - (x - x_E)^2}$

66 $N_N = \frac{-x_E^2 + x_W^2 - y_E^2 + y_W^2}{2 \cdot (y_W - y_E)}$

67 $A_N = \left(\frac{x_W - x_E}{y_W - y_E}\right)^2 + 1$

68 $B_N = 2 \cdot \left(\left(\frac{x_W - x_E}{y_W - y_E}\right) \cdot (y_W - N_N) - x_W\right)$

69 $C_N = x_W^2 + y_W^2 + N_N^2 - L_N^2 - 2 \cdot y_W \cdot N_N$

70 $D_N = B_N^2 - 4 \cdot A_N \cdot C_N$

71 (x_{N10}, y_{N10})

72 $x_{N10} = \frac{-B_N + \sqrt{D_N}}{2 \cdot A_N}$

73 $y_{N10} = N_N - x_{N10} \cdot \left(\frac{x_W - x_E}{y_W - y_E}\right)$

74 (x_{N11}, y_{N11})

75 $x_{N11} = \frac{-B_N - \sqrt{D_N}}{2 \cdot A_N}$

76 $y_{N11} = N_N - x_{N11} \cdot \left(\frac{x_W - x_E}{y_W - y_E}\right)$

77 (x_N, y_N)

78 $x_N = \{y_{N10} \geq y_{N11} : x_{N10}, x_{N11}\}$

79 $y_N = \{y_{N10} \geq y_{N11} : y_{N10}, y_{N11}\}$

7 - Tracé des branches du pantographe et du support crayon

Branches du pantographe

82 $y - y_{SW} = \frac{y_{SW} - y_W}{x_{SW} - x_W} \cdot (x - x_{SW}) \{x \geq x_W\} \{x \leq x_{SW}\}$

83 $y - y_{SW} = \frac{y_{SW} - y_W}{x_{SW} - x_W} \cdot (x - x_{SW}) \{x \leq x_W\} \{x \geq x_{SW}\}$

84 $y - y_W = \frac{y_W - y_N}{x_W - x_N} \cdot (x - x_W) \{M_{irror} = 0\} \{x \leq x_N\} \{x \geq x_W\}$

85 $y - y_W = \frac{y_W - y_N}{x_W - x_N} \cdot (x - x_W) \{M_{irror} = 1\} \{x \leq x_N\} \{x \geq x_W\}$

86 $y - y_W = \frac{y_W - y_N}{x_W - x_N} \cdot (x - x_W) \{M_{irror} = 0\} \{x \geq x_N\} \{x \leq x_W\}$

87 $y - y_W = \frac{y_W - y_N}{x_W - x_N} \cdot (x - x_W) \{M_{irror} = 1\} \{x \geq x_N\} \{x \leq x_W\}$

88 $y - y_E = \frac{y_N - y_E}{x_N - x_E} \cdot (x - x_E) \{M_{irror} = 0\} \{x \geq x_N\} \{x \leq x_E\}$

89 $y - y_E = \frac{y_N - y_E}{x_N - x_E} \cdot (x - x_E) \{M_{irror} = 1\} \{x \geq x_N\} \{x \leq x_E\}$

90 $y - y_E = \frac{y_N - y_E}{x_N - x_E} \cdot (x - x_E) \{M_{irror} = 0\} \{x \leq x_N\} \{x \geq x_E\}$

91 $y - y_E = \frac{y_N - y_E}{x_N - x_E} \cdot (x - x_E) \{M_{irror} = 1\} \{x \leq x_N\} \{x \geq x_E\}$

92 $y - y_{SE} = \frac{y_E - y_{SE}}{x_E - x_{SE}} \cdot (x - x_{SE}) \{x \leq x_E\} \{x \geq x_{SE}\}$

93 $$y - y_{SE} = \frac{y_E - y_{SE}}{x_E - x_{SE}} \cdot (x - x_{SE}) \{x \geq x_E\} \{x \leq x_{SE}\}$$

Branche du support crayon

95 $$y - y_{SC} = \frac{y_N - y_{SC}}{x_N - x_{SC}} \cdot (x - x_{SC}) \{x \geq x_N\} \{x \leq x_{SC}\}$$

96 $$y - y_{SC} = \frac{y_N - y_{SC}}{x_N - x_{SC}} \cdot (x - x_{SC}) \{x \leq x_N\} \{x \geq x_{SC}\}$$

97 $$(x_{401}, y_{401})$$

98 $$x_{401} = \frac{\frac{x_{SC} + x_N}{2} + x_N}{2}$$

99 $$y_{401} = \frac{\frac{y_{SC} + y_N}{2} + y_N}{2}$$

Intersection du cercle centré sur P_{401} et de rayon 1/4 du segment [S_C, P_N]

101 $$P_{ente} = \left\{ M_{irror} = 0 : \frac{y_N - y_E}{x_N - x_E}, \frac{y_N - y_W}{x_N - x_W} \right\}$$

102 $$y - y_N = P_{ente} \cdot (x - x_N)$$

103 $$\left(x_N - x_{401}\right)^2 + \left(y_N - y_{401}\right)^2 - \left(x - x_N\right)^2 = \left(\frac{y_N - y_E}{x_N - x_E} \cdot \left(x - x_N\right)\right)^2$$

Autre écriture pour le calcul de P_{402}

105 $$\left(x - x_N\right)^2 = \frac{\left(x_N - x_{401}\right)^2 + \left(y_N - y_{401}\right)^2}{1 + P_{ente}^2}$$

106 $$\left(x_{402}, y_{402}\right)$$

107 $$x_{402} = \left\{M_{irror} = 0 : x_N + \sqrt{\frac{\left(x_N - x_{401}\right)^2 + \left(y_N - y_{401}\right)^2}{1 + P_{ente}^2}}, x_N - \sqrt{\frac{\left(x_N - x_{401}\right)^2 + \left(y_N - y_{401}\right)^2}{1 + P_{ente}^2}}\right\}$$

108 $$y_{402} = y_N + P_{ente} \cdot \left(x_{402} - x_N\right)$$

109 $$y - y_N = \sqrt{\left(x_N - x_{401}\right)^2 + \left(y_N - y_{401}\right)^2 - \left(x - x_N\right)^2} \left\{M_{irror} = 0\right\} \left\{x \geq x_{401}\right\} \left\{y \geq y_{402}\right\}$$

110 $$y - y_N = -\sqrt{\left(x_N - x_{401}\right)^2 + \left(y_N - y_{401}\right)^2 - \left(x - x_N\right)^2} \left\{M_{irror} = 0\right\} \left\{x \geq x_{401}\right\} \left\{y \geq y_{402}\right\}$$

111 $$y - y_N = \sqrt{\left(x_N - x_{401}\right)^2 + \left(y_N - y_{401}\right)^2 - \left(x - x_N\right)^2} \left\{M_{irror} = 1\right\} \left\{x \leq x_{401}\right\} \left\{y \geq y_{402}\right\}$$

112 $$y - y_N = -\sqrt{\left(x_N - x_{401}\right)^2 + \left(y_N - y_{401}\right)^2 - \left(x - x_N\right)^2} \left\{M_{irror} = 1\right\} \left\{x \leq x_{401}\right\} \left\{y \geq y_{402}\right\}$$

8 - Vérification validité du pantographe

Somme des angles intérieurs au pantographe. Si égal à 540°, le pantographe est convexe et valide sinon le pantographe est concave et invalide

115 $$A_W = \arctan\left(\frac{y_N - y_W}{x_N - x_W}\right) - q_{SL}$$

116 $$F_W = \left\{A_W \geq 0 : \operatorname{floor}\left(A_W \cdot \frac{180}{\pi}\right), A_W < 0 : \operatorname{floor}\left(A_W \cdot \frac{180}{\pi} + 180\right)\right\}$$

117 $$A_E = -\arctan\left(\frac{y_N - y_E}{x_N - x_E}\right) + q_{SR}$$

118 $$F_E = \left\{A_E \geq 0 : \operatorname{floor}\left(A_E \cdot \frac{180}{\pi}\right), A_E < 0 : \operatorname{floor}\left(A_E \cdot \frac{180}{\pi} + 180\right)\right\}$$

119 $$F_N = 180 - \left(F_W - 180 + a_{SL}\right) - \left(F_E - a_{SR}\right)$$

120 $$F_{N2} = \left\{F_N < 180 : F_N, F_N \geq 180 : F_N - 180\right\}$$

121 $$F = F_W + F_E + F_{N2} + a_{SL} + \left(180 - a_{SR}\right)$$

Affichage erreur en barrant le graphique dans le cas où le pantographe n'est pas valide mécaniquement

123 $y = \{F < 540 : x\}$

124 $y = \{F < 540 : -x\}$

L'ordonnée du support crayon doit être strictement positive

126 $y = \{y_{SC} < 0 : x\}$

127 $y = \{y_{SC} < 0 : -x\}$

Le discriminant D_N doit être positif ou nul

129 $y = \{D_N \leq 0 : x\}$

130 $y = \{D_N \leq 0 : -x\}$

9 - Zone de traçage théorique (calcul général de la position de S_C)

Obtention du point S_C en fonction de P_N et P_E (si M = 0) ou P_W (si M = 1) en utilisant un changement de repère (translation et rotation)

133 (x_{100}, y_{100})

134 $x_{100} = \{M_{irror} = 0 : x_E, x_W\}$

135 $y_{100} = \{M_{irror} = 0 : y_E, y_W\}$

136 $\beta = \arctan\left(\frac{y_N - y_{100}}{x_N - x_{100}}\right)$

137 $s_{Beta} = \{\beta < 0 : \{y_N > y_{100} : -1, 1\}, \{y_N > y_{100} : 1, -1\}\}$

138 (x_{SC}, y_{SC})

139 $x_{SC} = \{M_{irror} = 0 : x_N + s_{Beta} \cdot (W_{SC} \cdot \cos\beta + E_{SC} \cdot \sin\beta), x_N + s_{Beta} \cdot (W_{SC} \cdot \cos\beta - E_{SC} \cdot \sin\beta)\}$

140 $y_{SC} = \{M_{irror} = 0 : y_N + s_{Beta} \cdot (W_{SC} \cdot \sin\beta - E_{SC} \cdot \cos\beta), y_N + s_{Beta} \cdot (W_{SC} \cdot \sin\beta + E_{SC} \cdot \cos\beta)\}$

Arrondis des coordonnées

142 (x_{sc}, y_{sc})

143 $x_{sc} = \frac{\text{floor}(10 \cdot x_{SC})}{10}$

144 $y_{sc} = \frac{\text{floor}(10 \cdot y_{SC})}{10}$

10 - Zone de traçage théorique (8 points caractéristiques)

Le calcul des 8 points caractéristiques et des centres des cercles correspondant sont effectués dans le cas M = 0; dans le cas M = 1, il suffit d'utiliser l'opposé sur l'abscisse de ces 8 points et des centres des cercles correspondants

147 $\beta_0 = \pi - \arccos\left(\frac{(L_S + D_{servos})^2 + (L_N + L_S)^2 - L_N^2}{2 \cdot (L_S + D_{servos}) \cdot (L_N + L_S)}\right)$

148 (x_{N0}, y_{N0})

149 $x_{N0} = \frac{D_{servos}}{2} - (L_N + L_S) \cdot \cos(\pi - \beta_0)$

150 $y_{N0} = (L_N + L_S) \cdot \sin(\pi - \beta_0)$

151 (x_{SC0}, y_{SC0})

152 $x_{SC0} = x_{N0} + (W_{SC} \cdot \cos \beta_0 + E_{SC} \cdot \sin \beta_0)$

153 $$y_{SC0} = y_{N0} + (W_{SC} \cdot \sin\beta_0 - E_{SC} \cdot \cos\beta_0)$$

Vérification de la distance de P_{N0} à SR

155 $$\sqrt{\left(|x_{N0}| + \frac{D_{servos}}{2}\right)^2 + y_{N0}^2}$$

Vérification de la distance de P_{N0} à P_W qui est sur l'axe des abscisses

157 $$\sqrt{\left(|x_{N0}| - \left(\frac{D_{servos}}{2} + L_S\right)\right)^2 + y_{N0}^2}$$

158 $$(x_{N1}, y_{N1})$$

159 $$x_{N1} = 0$$

160 $$y_{N1} = \sqrt{(L_N + L_S)^2 - \left(\frac{D_{servos}}{2}\right)^2}$$

Vérification

162 $$\beta_1 = \pi - \arccos\left(\frac{D_{servos}}{2 \cdot (L_N + L_S)}\right)$$

163 (x_{SC1}, y_{SC1})

164 $x_{SC1} = x_{N1} + (W_{SC} \cdot \cos\beta_1 + E_{SC} \cdot \sin\beta_1)$

165 $y_{SC1} = y_{N1} + (W_{SC} \cdot \sin\beta_1 - E_{SC} \cdot \cos\beta_1)$

166 (x_{N3}, y_{N3})

167 $\alpha_3 = \arccos\left(\frac{(D_{servos}+L_S)^2+(L_N+L_S)^2-L_N^2}{2\cdot(D_{servos}+L_S)\cdot(L_N+L_S)}\right)$

168 $x_{N3} = (L_N + L_S) \cdot \cos\alpha_3 - \frac{D_{servos}}{2}$

169 $y_{N3} = (L_N + L_S) \cdot \sin\alpha_3$

170 $\beta_3 = \arctan\left(\frac{y_{N3}}{x_{N3}-\left(\frac{D_{servos}}{2}+L_S\right)}\right)$

171 $s_{Beta3} = \{\beta_3 > 0 : 1, -1\}$

172 (x_{SC3}, y_{SC3})

173 $x_{SC3} = x_{N3} + s_{Beta3} \cdot (W_{SC} \cdot \cos\beta_3 + E_{SC} \cdot \sin\beta_3)$

174 $y_{SC3} = y_{N3} + s_{Beta3} \cdot (W_{SC} \cdot \sin\beta_3 - E_{SC} \cdot \cos\beta_3)$

175 (x_{N4}, y_{N4})

176 $c_4 = \left(\frac{(D_{servos}+L_S)^2+(2L_N)^2-L_S^2}{2\cdot(D_{servos}+L_S)\cdot 2L_N}\right)$

177 $\alpha_4 = \left\{c_4 \leq 1 : \arccos c_4, \arccos \frac{\frac{D_{servos}}{2}+L_S}{L_N}\right\}$

178 $\beta_4 = \pi - \alpha_4$

179 $x_{N4} = \left\{c_4 \leq 1 : \left(\frac{D_{servos}}{2} + L_S\right) - L_N \cdot \cos\alpha_4, 0\right\}$

180 $34; y_{N4} = \left\{c_4 \leq 1 : L_N \cdot \sin\alpha_4, \sqrt{L_N^2 - \left(\frac{D_{servos}}{2} + L_S\right)^2}\right\}$

Vérification de la longueur égale à L_N

182 $\sqrt{\left(\left(\frac{D_{servos}}{2}+L_S\right)-x_{N4}\right)^2+y_{N4}^2}$

183 (x_{SC4}, y_{SC4})

184 $x_{SC4} = x_{N4} + (W_{SC} \cdot \cos\beta_4 + E_{SC} \cdot \sin\beta_4)$

185 $y_{SC4} = y_{N4} + (W_{SC} \cdot \sin\beta_4 - E_{SC} \cdot \cos\beta_4)$

186 (x_{N6}, y_{N6})

187 $x_{N6} = -x_{N4}$

188 $y_{N6} = y_{N4}$

189 (x_{SC6}, y_{SC6})

190 $\beta_6 = \pi - \beta_4$

Si P_{N4} est sur l'axe des ordonnées, le point SC_6 est confondu avec le point SC_4 et la partie sud de la zone de traçage théorique est inexistante

192 $x_{SC6} = \{c_4 \leq 1 : x_{N6} - (W_{SC} \cdot \cos\beta_6 + E_{SC} \cdot \sin\beta_6), x_{SC4}\}$

193 $y_{SC6} = \{c_4 \leq 1 : y_{N6} - (W_{SC} \cdot \sin\beta_6 - E_{SC} \cdot \cos\beta_6), y_{SC4}\}$

194 (x_{N5}, y_{N5})

195 $x_{N5} = 0$

196 $y_{N5} = \left\{L_S^2 - \left(L_N - \frac{D_{servos}}{2}\right)^2 \geq 0 : \sqrt{L_S^2 - \left(L_N - \frac{D_{servos}}{2}\right)^2}, y_{N6}\right\}$

197 (x_{SC5}, y_{SC5})

198 $x_{SC5} = \left\{L_S^2 - \left(L_N - \frac{D_{servos}}{2}\right)^2 \geq 0 : x_{N5} - W_{SC}, x_{SC4}\right\}$

199 $y_{SC5} = \left\{L_S^2 - \left(L_N - \frac{D_{servos}}{2}\right)^2 \geq 0 : y_{N5} + E_{SC}, y_{SC4}\right\}$

Point SC_2 distant de (L_N + L_S) à P_{SW} et sur la médiatrice du segment [P_{N1}, P_{N63}]

201 $P_{N2} = (y_{N1} - y_{N3}) \cdot \frac{y_{N1}+y_{N3}}{2} + (x_{N1} - x_{N3}) \cdot \frac{x_{N1}+x_{N3}}{2}$

202 $$Q_{N2} = (L_N + L_S) \cdot \sqrt{(x_{N1} - x_{N3})^2 + (y_{N1} - y_{N3})^2} - (y_{N1} - y_{N3}) \cdot \frac{D_{servos}}{2}$$

203 $$(x_{N1} - x_{N3}) \cdot x + (y_{N1} - y_{N3}) \cdot y = P_{N2}$$

204 $$(y_{N1} - y_{N3}) \cdot x - (x_{N1} - x_{N3}) \cdot y = Q_{N2}$$

205 $$(x_{N2}, y_{N2})$$

206 $$x_{N2} = \frac{P_{N2} \cdot (x_{N1} - x_{N3}) + Q_{N2} \cdot (y_{N1} - y_{N3})}{(x_{N1} - x_{N3})^2 + (y_{N1} - y_{N3})^2}$$

207 $$y_{N2} = \frac{P_{N2} \cdot (y_{N1} - y_{N3}) - Q_{N2} \cdot (x_{N1} - x_{N3})}{(x_{N1} - x_{N3})^2 + (y_{N1} - y_{N3})^2}$$

Intersection des 2 cercles (P_{N2}; L_N) et (P_{SE}; L_S) (obtention du pivot P_{E2} (notations de Intersection de 2 cercles) avec le calcul de la pente du segment [P_{N2}, P_{E2}]

209 $$N_{N2} = \frac{L_N^2 - L_S^2 - x_{N2}^2 + \left(\frac{D_{servos}}{2}\right)^2 - y_{N2}^2}{-2 \cdot y_{N2}}$$

210 $$A_{N2} = \left(\frac{x_{N2} - \frac{D_{servos}}{2}}{y_{N2}}\right)^2 + 1$$

211 $$B_{N2} = 2 \cdot \left(\left(\frac{x_{N2} - \frac{D_{servos}}{2}}{y_{N2}} \right) \cdot (y_{N2} - N_{N2}) - x_{N2} \right)$$

212 $$C_{N2} = x_{N2}^2 + y_{N2}^2 + N_{N2}^2 - L_N^2 - 2 \cdot y_{N2} \cdot N_{N2}$$

213 $$D_{N2} = B_{N2}^2 - 4 \cdot A_{N2} C_{N2}$$

214 $$(x_{E2}, y_{E2})$$

215 $$x_{E2} = \frac{-B_{N2} + \sqrt{D_{N2}}}{2 \cdot A_{N2}}$$

216 $$y_{E2} = N_{N2} - x_{E2} \cdot \left(\frac{x_{N2} - \frac{D_{servos}}{2}}{y_{N2}} \right)$$

217 $$\beta_2 = \arctan \left(\frac{y_{N2} - y_{E2}}{x_{N2} - x_{E2}} \right)$$

218 $$(x_{SC2}, y_{SC2})$$

219 $$s_{Beta2} = \{ \beta_2 > 0 : 1, -1 \}$$

220 $$x_{SC2} = x_{N2} + s_{Beta2} \cdot (W_{SC} \cdot \cos \beta_2 + E_{SC} \cdot \sin \beta_2)$$

221 $y_{SC2} = y_{N2} + +s_{Beta2} \cdot (W_{SC} \cdot \sin\beta_2 - E_{SC} \cdot \cos\beta_2)$

Point SC_7 distant de L_N à P_W et sur la médiatrice du segment $[P_{N0}, P_{N6}]$

223 $P_{N7} = (y_{N0} - y_{N6}) \cdot \frac{y_{N0}+y_{N6}}{2} + (x_{N0} - x_{N6}) \cdot \frac{x_{N0}+x_{N6}}{2}$

224 $Q_{N7} = L_N \cdot \sqrt{(x_{N0} - x_{N6})^2 + (y_{N0} - y_{N6})^2} - (y_{N0} - y_{N6}) \cdot \left(\frac{D_{servos}}{2} + L_S\right)$

225 $(x_{N0} - x_{N6}) \cdot x + (y_{N0} - y_{N6}) \cdot y = P_{N7}$

226 $(y_{N0} - y_{N6}) \cdot x - (x_{N0} - x_{N6}) \cdot y = Q_{N7}$

227 (x_{N7}, y_{N7})

228 $x_{N7} = \frac{P_{N7}\cdot(x_{N0}-x_{N6})+Q_{N7}\cdot(y_{N0}-y_{N6})}{(x_{N0}-x_{N6})^2+(y_{N0}-y_{N6})^2}$

229 $y_{N7} = \frac{P_{N7}\cdot(y_{N0}-y_{N6})-Q_{N7}\cdot(x_{N0}-x_{N6})}{(x_{N0}-x_{N6})^2+(y_{N0}-y_{N6})^2}$

Intersection des 2 cercles (P_{N7}; L_N) et (P_{SE}; L_S) (obtention du pivot P_{E7} (notations de Intersection de 2 cercles) avec le calcul de la pente du segment $[P_{N7}, P_{E7}]$

231 $N_{N7} = \frac{L_N^2 - L_S^2 - x_{N7}^2 + \left(\frac{Dservos}{2}\right)^2 - y_{N7}^2}{-2 \cdot y_{N7}}$

232 $A_{N7} = \left(\frac{x_{N7} - \frac{Dservos}{2}}{y_{N7}}\right)^2 + 1$

233 $B_{N7} = 2 \cdot \left(\left(\frac{x_{N7} - \frac{Dservos}{2}}{y_{N7}}\right) \cdot (y_{N7} - N_{N7}) - x_{N7}\right)$

234 $C_{N7} = x_{N7}^2 + y_{N7}^2 + N_{N7}^2 - L_N^2 - 2 \cdot y_{N7} \cdot N_{N7}$

235 $D_{N7} = B_{N7}^2 - 4 \cdot A_{N7} C_{N7}$

236 (x_{E7}, y_{E7})

237 $x_{E7} = \frac{-B_{N7} + \sqrt{D_{N7}}}{2 \cdot A_{N7}}$

238 $y_{E7} = N_{N7} - x_{E7} \cdot \left(\frac{x_{N7} - \frac{Dservos}{2}}{y_{N7}}\right)$

239 $\beta_7 = \arctan\left(\frac{y_{N7} - y_{E7}}{x_{N7} - x_{E7}}\right)$

240 (x_{SC7}, y_{SC7})

241 $x_{SC7} = x_{N7} - (W_{SC} \cdot \cos\beta_7 + E_{SC} \cdot \sin\beta_7)$

242 $y_{SC7} = y_{N7} - (W_{SC} \cdot \sin\beta_7 - E_{SC} \cdot \cos\beta_7)$

11 - Zone de traçage théorique (cercles reliant les points caractéristiques)

244 $(x_{ZoneTracage}, y_{ZoneTracage})$

245 $x_{ZoneTracage} = 0$

246 $y_{ZoneTracage} = y_{SC1} + 1$

247 $y = \left\{ M_{irror} = 0 : \sqrt{Y_{SC}^2 - \left(x - \frac{D_{servos}}{2}\right)^2} \{x \geq x_{SC0}\} \{x \leq x_{SC1}\}, \sqrt{Y_{SC}^2 - \left(x + \frac{D_{servos}}{2}\right)^2} \{x \geq -x_{SC1}\} \{x \leq -x_{SC0}\} \right\}$

248 $y = \left\{ M_{irror} = 0 : \sqrt{Z_{SC}^2 - \left(x - L_S - \frac{D_{servos}}{2}\right)^2} \{x \leq x_{SC3}\} \{x \geq x_{SC4}\}, \sqrt{Z_{SC}^2 - \left(x + L_S + \frac{D_{servos}}{2}\right)^2} \{x \geq -x_{SC3}\} \{x \leq -x_{SC4}\} \right\}$

Cercle de centre C_{123} passant par SC_1, SC_2 et SC_3. Remarque 1: Approximation de la courbe réelle lorsque P_N parcourt le cercle de la zone théorique de traçage;-)

(cf. Centre et rayon d'un cercle passant par trois points donnés). Remarque 2: TBC: N'est pas satisfaisant lorsque les servos et/ou le support crayon sont éloignés respectivement de P_N et/ou de l'origine

250 $\left(x_{C123}, y_{C123}\right)$

251 $x_{C123} = -\frac{\frac{x_{SC1}^2 - x_{SC2}^2 + y_{SC1}^2 - y_{SC2}^2}{2\cdot\left(y_{SC1} - y_{SC2}\right)} - \frac{x_{SC2}^2 - x_{SC3}^2 + y_{SC2}^2 - y_{SC3}^2}{2\cdot\left(y_{SC2} - y_{SC3}\right)}}{\frac{x_{SC2} - x_{SC3}}{y_{SC2} - y_{SC3}} - \frac{x_{SC1} - x_{SC2}}{y_{SC1} - y_{SC2}}}$

252 $y_{C123} = -\frac{x_{SC2} - x_{SC3}}{y_{SC2} - y_{SC3}} \cdot x_{C123} + \frac{x_{SC2}^2 - x_{SC3}^2 + y_{SC2}^2 - y_{SC3}^2}{2\cdot\left(y_{SC2} - y_{SC3}\right)}$

253 $y - y_{C123} = \sqrt{\left(x_{C123} - x_{SC2}\right)^2 + \left(y_{C123} - y_{SC2}\right)^2 - \left(x - x_{C123}\right)^2} \left\{M_{irror} = 0\right\} \left\{x \geq x_{SC1}\right\} \left\{x \leq x_{SC3}\right\}$

Dans le cas où M = 1, les 3 points caractéristiques et le centre ont des abscisses opposées à celles du cas M = 0

255 $y - y_{C123} = \sqrt{\left(x_{C123} - x_{SC2}\right)^2 + \left(y_{C123} - y_{SC2}\right)^2 - \left(x + x_{C123}\right)^2} \left\{M_{irror} = 1\right\} \left\{x \geq -x_{SC3}\right\} \left\{x \leq -x_{SC1}\right\}$

Cercle de centre C_{076} passant par SC_0, SC_7 et SC_6.

257 $\left(x_{C076}, y_{C076}\right)$

258 $$x_{C076} = -\frac{\frac{x_{SC0}^2 - x_{SC7}^2 + y_{SC0}^2 - y_{SC7}^2}{2\cdot(y_{SC0} - y_{SC7})} - \frac{x_{SC7}^2 - x_{SC6}^2 + y_{SC7}^2 - y_{SC6}^2}{2\cdot(y_{SC7} - y_{SC6})}}{\frac{x_{SC7} - x_{SC6}}{y_{SC7} - y_{SC6}} - \frac{x_{SC0} - x_{SC7}}{y_{SC0} - y_{SC7}}}$$

259 $$y_{C076} = -\frac{x_{SC7} - x_{SC6}}{y_{SC7} - y_{SC6}} \cdot x_{C076} + \frac{x_{SC7}^2 - x_{SC6}^2 + y_{SC7}^2 - y_{SC6}^2}{2\cdot(y_{SC7} - y_{SC6})}$$

260 $$y - y_{C076} = \sqrt{\left(x_{C076} - x_{SC7}\right)^2 + \left(y_{C076} - y_{SC7}\right)^2 - \left(x - x_{C076}\right)^2}\left\{M_{irror} = 0\right\}\left\{x \geq x_{SC0}\right\}\left\{x \leq x_{SC6}\right\}$$

Dans le cas où M = 1, les 3 points caractéristiques et le centre ont des abscisses opposées à celles du cas M = 0

262 $$y - y_{C076} = \sqrt{\left(x_{C076} - x_{SC7}\right)^2 + \left(y_{C076} - y_{SC7}\right)^2 - \left(x + x_{C076}\right)^2}\left\{M_{irror} = 1\right\}\left\{x \geq -x_{SC6}\right\}\left\{x \leq -x_{SC0}\right\}$$

Si c_4 inférieur ou égal à 1, cercle de centre C_{654} passant par SC_5, SC_6 et SC_4.

264 $$\left(x_{C654}, y_{C654}\right)$$

265 $$x_{C654} = \left\{c_4 \leq 1 : -\frac{\frac{x_{SC6}^2 - x_{SC5}^2 + y_{SC6}^2 - y_{SC5}^2}{2\cdot(y_{SC6} - y_{SC5})} - \frac{x_{SC5}^2 - x_{SC4}^2 + y_{SC5}^2 - y_{SC4}^2}{2\cdot(y_{SC5} - y_{SC4})}}{\frac{x_{SC5} - x_{SC4}}{y_{SC5} - y_{SC4}} - \frac{x_{SC6} - x_{SC5}}{y_{SC6} - y_{SC5}}}\right\}$$

266 $$y_{C654} = \left\{ c_4 \leq 1 : -\frac{x_{SC5} - x_{SC4}}{y_{SC5} - y_{SC4}} \cdot x_{C654} + \frac{x_{SC5}^2 - x_{SC4}^2 + y_{SC5}^2 - y_{SC4}^2}{2 \cdot (y_{SC5} - y_{SC4})} \right\}$$

267 $$y - y_{C654} = \left\{ c_4 \leq 1 : \sqrt{\left(x_{C654} - x_{SC5}\right)^2 + \left(y_{C654} - y_{SC5}\right)^2 - \left(x - x_{C654}\right)^2} \left\{ M_{irror} = 0 \right\} \left\{ x \geq x_{SC6} \right\} \left\{ x \leq x_{SC4} \right\} \right\}$$

Dans le cas où M = 1, les 3 points caractéristiques et le centre ont des abscisses opposées à celles du cas M = 0

269 $$y - y_{C654} = \left\{ c_4 \leq 1 : \sqrt{\left(x_{C654} - x_{SC5}\right)^2 + \left(y_{C654} - y_{SC5}\right)^2 - \left(x + x_{C654}\right)^2} \left\{ M_{irror} = 1 \right\} \left\{ x \geq -x_{SC4} \right\} \left\{ x \leq -x_{SC6} \right\} \right\}$$

12 - Informations supplémentaires pour la documentation

271 $$\left(x_{PWN}, y_{PWN}\right)$$

272 $$x_{PWN} = \frac{x_N + x_W}{2}$$

273 $$y_{PWN} = \frac{y_N + y_W}{2}$$

274 $$\left(x_{PNE}, y_{PNE}\right)$$

275 $$x_{PNE} = \frac{x_N + x_E}{2}$$

276 $y_{PNE} = \frac{y_N + y_E}{2}$

277 (x_{ESE}, y_{ESE})

278 $x_{ESE} = \frac{x_E + x_{SE}}{2}$

279 $y_{ESE} = \frac{y_E + y_{SE}}{2}$

280 (x_{WSW}, y_{WSW})

281 $x_{WSW} = \frac{x_W + x_{SW}}{2}$

282 $y_{WSW} = \frac{y_W + y_{SW}}{2}$

Fin du programme

5.2 Angles servos S_L et S_R = fonction(position de S_C)

Ce programme réalise l'obtention des 2 angles des servos en fonction de la position du support crayon S_C.

Cette feuille de calcul n'est utile que pour calculer les valeurs des angles de S_L et S_R en fonction de la position de S_C comme indiqué sur la figure 3.

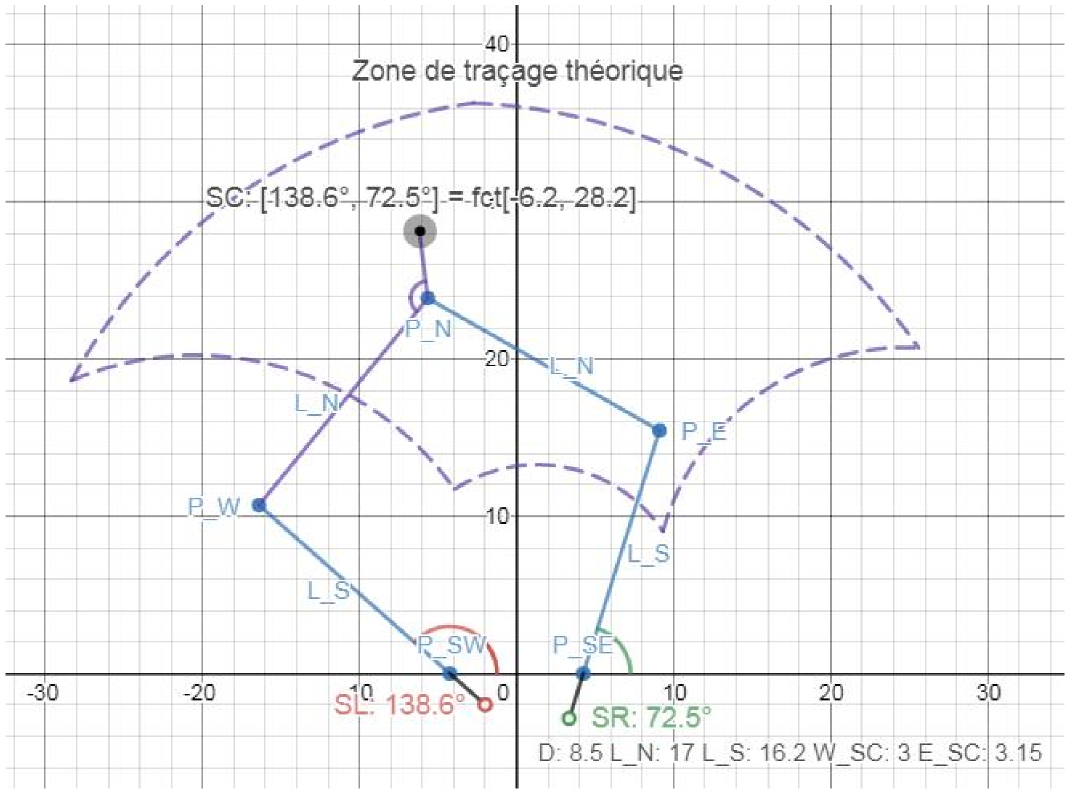

Figure 3: Angles servos S_L et S_R = fonction(position de S_C)

Pantographe3 [https://www.desmos.com/calculator/f4ln3jad5e]

Auteur: Claudius @ MI - Date: 28/08/2019 - Version: 1.0

Obtention des angles des servos en fonction de la position du point S_C

1 - Paramètres du pantographe (distance entre servos, longueurs des branches, position du support crayon, etc.)

4 $M_{irror} = 1$

5 $D_{servos} = 8.5$

6 $L_N = 17$

7 $L_S = 16.2$

8 $W_{SC} = 3$

9 $E_{SC} = 3.15$

10 (x_{SC}, y_{SC})

11 $x_{SC} = -7.3$

12 $y_{SC} = 29.7$

13 (x_{SW}, y_{SW})

14 $x_{SW} = -\frac{D_{servos}}{2}$

15 $y_{SW} = 0$

16 (x_{SE}, y_{SE})

17 $x_{SE} = \frac{D_{servos}}{2}$

18 $y_{SE} = 0$

Distance du segment [P$_N$, P$_W$] si M = 0 ou [P$_N$, P$_E$] si M = 1 (application de la loi des cosinus - cf. Loi des cosinus)

20 $Z_{SC} = \sqrt{L_N^2 + W_{SC}^2 + E_{SC}^2 - 2 \cdot L_N \cdot \sqrt{W_{SC}^2 + E_{SC}^2} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{W_{SC}}{\sqrt{W_{SC}^2 + E_{SC}^2}}\right)\right)}$

Distance du segment [P_N, S_R] si M = 0 ou [P_N, S_L] si M = 1 lorsque les branches L_N et L_S sont tendues (L_N dans le prolongement de L_S) (application de la loi des cosinus - cf. Loi des cosinus)

22 $$Y_{SC} = \sqrt{(L_N + L_S)^2 + W_{SC}^2 + E_{SC}^2 - 2\,(L_N + L_S) \cdot \sqrt{W_{SC}^2 + E_{SC}^2}\cos\left(\frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{W_{SC}}{\sqrt{W_{SC}^2 + E_{SC}^2}}\right)\right)}$$

23 $$(x_0, y_0)$$

24 $$x_0 = 1$$

25 $$y_0 = -5$$

2 - Constantes associées

TODO

3 - Intersection des 2 cercles (SC; Z_{SC}) et (P_{SE}; L_S) si M=0 (obtention du pivot P_E) ou (SC; Z_{SC}) et (P_{SW}; L_S) si M=1 (obtention du pivot P_W) (notations de Intersection de 2 cercles)

Cercle centré sur SC et de rayon Z_{SC} contenant les pivots P_E si M = 0 ou P_W si M = 1

30 $$y - y_{SC} = \sqrt{Z_{SC}^2 - (x - x_{SC})^2}$$

31 $$y - y_{SC} = -\sqrt{Z_{SC}^2 - (x - x_{SC})^2}$$

Demi cercle (P_W; L_{SW}) si M=0 ou (P_E; L_{SE}) si M=1

33 $$y = \left\{ M_{irror} = 0 : \sqrt{L_S^2 - (x - x_{SE})^2}, \sqrt{L_S^2 - (x - x_{SW})^2} \right\}$$

34 $$(x_{10}, y_{10})$$

35 $$x_{10} = \{M_{irror} = 0 : x_{SE}, x_{SW}\}$$

36 $$y_{10} = \{M_{irror} = 0 : y_{SE}, y_{SW}\}$$

37 $$N_1 = \frac{L_S^2 - Z_{SC}^2 - x_{10}^2 + x_{SC}^2 - y_{10}^2 + y_{SC}^2}{2 \cdot y_{SC}}$$

38 $$A_1 = \left(\frac{x_{SC} - x_{10}}{y_{SC} - y_{10}} \right)^2 + 1$$

39 $B_1 = 2 \cdot \left(\left(\frac{x_{SC} - x_{10}}{y_{SC} - y_{10}} \right) \cdot (y_{SC} - N_1) - x_{SC} \right)$

40 $C_1 = x_{SC}^2 + y_{SC}^2 + N_1^2 - Z_{SC}^2 - 2 \cdot y_{SC} \cdot N_1$

41 $D_1 = B_1^2 - 4 \cdot A_1 C_1$

42 (x_{11}, y_{11})

43 $x_{11} = \frac{-B_1 - \sqrt{D_1}}{2 \cdot A_1}$

44 $y_{11} = N_1 - x_{11} \cdot \left(\frac{x_{SC} - x_{10}}{y_{SC} - y_{10}} \right)$

45 (x_{12}, y_{12})

46 $x_{12} = \frac{-B_1 + \sqrt{D_1}}{2 \cdot A_1}$

47 $y_{12} = N_1 - x_{12} \cdot \left(\frac{x_{SC} - x_{10}}{y_{SC} - y_{10}} \right)$

4 - Intersection des 2 cercles (SC; sqrt($W_{SC}{}^2$ + $E_{WC}{}^2$)) et (P_{12}; L_N) si M = 0 (obtention du pivot P_N) ou (SC; sqrt($W_{SC}{}^2$ + $E_{WC}{}^2$)) et (P_{11}; L_N) si M = 1

(obtention du pivot P_N) (notations de Intersection de 2 cercles)

Cercle centré sur SC et de rayon sqrt(W_{SC} ^{2} + E_{WC} ^{2}) contenant le pivots P_N quel que soit M

50 $$y - y_{SC} = \sqrt{W_{SC}^2 + E_{SC}^2 - (x - x_{SC})^2}$$

51 $$y - y_{SC} = -\sqrt{W_{SC}^2 + E_{SC}^2 - (x - x_{SC})^2}$$

52 $$(x_{20}, y_{20})$$

53 $$x_{20} = \{M_{irror} = 0 : x_{12}, x_{11}\}$$

54 $$y_{20} = \{M_{irror} = 0 : y_{12}, y_{11}\}$$

55 $$y - y_{20} = \sqrt{L_N^2 - (x - x_{20})^2}$$

56 $$y - y_{20} = -\sqrt{L_N^2 - (x - x_{20})^2}$$

57 $N_2 = \frac{L_N^2-\left(W_{SC}^2+E_{SC}^2\right)-x_{20}^2+x_{SC}^2-y_{20}^2+y_{SC}^2}{2\cdot(y_{SC}-y_{20})}$

58 $A_2 = \left(\frac{x_{SC}-x_{20}}{y_{SC}-y_{20}}\right)^2 + 1$

59 $B_2 = 2 \cdot \left(\left(\frac{x_{SC}-x_{20}}{y_{SC}-y_{20}}\right) \cdot (y_{SC} - N_2) - x_{SC}\right)$

60 $C_2 = x_{SC}^2 + y_{SC}^2 + N_2^2 - (W_{SC}^2 + E_{SC}^2) - 2 \cdot y_{SC} \cdot N_2$

61 $D_2 = B_2^2 - 4 \cdot A_2 C_2$

62 (x_{21}, y_{21})

63 $x_{21} = \frac{-B_2-\sqrt{D_2}}{2\cdot A_2}$

64 $y_{21} = N_2 - x_{21} \cdot \left(\frac{x_{SC}-x_{20}}{y_{SC}-y_{20}}\right)$

65 (x_{22}, y_{22})

66 $$x_{22} = \frac{-B_2+\sqrt{D_2}}{2 \cdot A_2}$$

67 $$y_{22} = N_2 - x_{22} \cdot \left(\frac{x_{SC}-x_{20}}{y_{SC}-y_{20}}\right)$$

Produit scalaire de signe constant pour déterminer la bonne solution en fonction de M

69 $$s_2 = (x_{20} - x_{21})(y_{SC} - y_{21}) - (x_{SC} - x_{21})(y_{20} - y_{21})$$

70 $$(x_N, y_N)$$

71 $$x_N = \{M_{irror} = 0 : \{s_2 > 0 : x_{21}, x_{22}\}, \{s_2 > 0 : x_{22}, x_{21}\}\}$$

72 $$y_N = \{M_{irror} = 0 : \{s_2 > 0 : y_{21}, y_{22}\}, \{s_2 > 0 : y_{22}, y_{21}\}\}$$

5 - Intersection des 2 cercles (P$_N$; L$_N$) et (P$_{SE}$; L$_S$) si M = 0 (obtention du pivot P$_W$) ou (P$_N$; L$_N$) et (P$_{SW}$; L$_S$) si M=1 (obtention du pivot P$_W$ (notations de Intersection de 2 cercles)

74 $$y - y_N = \sqrt{L_N^2 - (x - x_N)^2}$$

75 $y - y_N = -\sqrt{L_N^2 - (x - x_N)^2}$

Cercle centré sur l'opposé de P_{10} (P_{SW} ou P_{SE} suivant M) et de rayon L_S

77 (x_{30}, y_{30})

78 $x_{30} = -x_{10}$

79 $y_{30} = y_{10}$

80 $y - y_{30} = \sqrt{L_S^2 - (x - x_{30})^2}$

81 $y - y_{30} = -\sqrt{L_S^2 - (x - x_{30})^2}$

82 $N_3 = \frac{L_N^2 - L_S^2 - x_N^2 + x_{30}^2 - y_N^2 + y_{30}^2}{2 \cdot (y_{30} - y_N)}$

83 $A_3 = \left(\frac{x_{30} - x_N}{y_{30} - y_N}\right)^2 + 1$

84 $B_3 = 2 \cdot \left(\left(\frac{x_{30} - x_N}{y_{30} - y_N} \right) \cdot (y_N - N_3) - x_N \right)$

85 $C_3 = x_N^2 + y_N^2 + N_3^2 - L_N^2 - 2 \cdot y_N \cdot N_3$

86 $D_3 = B_3^2 - 4 \cdot A_3 C_3$

87 (x_{31}, y_{31})

88 $x_{31} = \frac{-B_3 + \sqrt{D_3}}{2 \cdot A_3}$

89 $y_{31} = N_3 - x_{31} \cdot \left(\frac{x_{30} - x_N}{y_{30} - y_N} \right)$

90 (x_{32}, y_{32})

91 $x_{32} = \frac{-B_3 - \sqrt{D_3}}{2 \cdot A_3}$

92 $y_{32} = N_3 - x_{32} \cdot \left(\frac{x_{30} - x_N}{y_{30} - y_N} \right)$

93 (x_W, y_W)

94 $x_W = \{M_{irror} = 0 : x_{32}, x_{11}\}$

95 $y_W = \{M_{irror} = 0 : y_{32}, y_{11}\}$

96 (x_E, y_E)

97 $x_E = \{M_{irror} = 0 : x_{12}, x_{31}\}$

98 $y_E = \{M_{irror} = 0 : y_{12}, y_{31}\}$

6 - Tracé des branches du pantographe et du support crayon

Branches du pantographe

101 $y - y_{SW} = \frac{y_{SW} - y_W}{x_{SW} - x_W} \cdot (x - x_{SW}) \{x \geq x_W\} \{x \leq x_{SW}\}$

102 $y - y_{SW} = \frac{y_{SW} - y_W}{x_{SW} - x_W} \cdot (x - x_{SW}) \{x \leq x_W\} \{x \geq x_{SW}\}$

103 $y - y_W = \frac{y_W - y_N}{x_W - x_N} \cdot (x - x_W) \{M_{irror} = 0\} \{x \leq x_N\} \{x \geq x_W\}$

104 $y - y_W = \frac{y_W - y_N}{x_W - x_N} \cdot (x - x_W) \{M_{irror} = 1\} \{x \leq x_N\} \{x \geq x_W\}$

105 $y - y_W = \frac{y_W - y_N}{x_W - x_N} \cdot (x - x_W) \{M_{irror} = 0\} \{x \geq x_N\} \{x \leq x_W\}$

106 $y - y_W = \frac{y_W - y_N}{x_W - x_N} \cdot (x - x_W) \{M_{irror} = 1\} \{x \geq x_N\} \{x \leq x_W\}$

107 $y - y_E = \frac{y_N - y_E}{x_N - x_E} \cdot (x - x_E) \{M_{irror} = 0\} \{x \geq x_N\} \{x \leq x_E\}$

108 $y - y_E = \frac{y_N - y_E}{x_N - x_E} \cdot (x - x_E) \{M_{irror} = 1\} \{x \geq x_N\} \{x \leq x_E\}$

109 $y - y_E = \frac{y_N - y_E}{x_N - x_E} \cdot (x - x_E) \{M_{irror} = 0\} \{x \leq x_N\} \{x \geq x_E\}$

110 $y - y_E = \frac{y_N - y_E}{x_N - x_E} \cdot (x - x_E) \{M_{irror} = 1\} \{x \leq x_N\} \{x \geq x_E\}$

111 $y - y_{SE} = \frac{y_E - y_{SE}}{x_E - x_{SE}} \cdot (x - x_{SE}) \{x \leq x_E\} \{x \geq x_{SE}\}$

112 $y - y_{SE} = \frac{y_E - y_{SE}}{x_E - x_{SE}} \cdot (x - x_{SE}) \{x \geq x_E\} \{x \leq x_{SE}\}$

Branche du support crayon

114 $y - y_{SC} = \frac{y_N - y_{SC}}{x_N - x_{SC}} \cdot (x - x_{SC}) \{x \geq x_N\} \{x \leq x_{SC}\}$

115 $y - y_{SC} = \frac{y_N - y_{SC}}{x_N - x_{SC}} \cdot (x - x_{SC}) \{x \leq x_N\} \{x \geq x_{SC}\}$

116 (x_{401}, y_{401})

117 $x_{401} = \frac{\frac{x_{SC} + x_N}{2} + x_N}{2}$

118 $y_{401} = \frac{\frac{y_{SC} + y_N}{2} + y_N}{2}$

Intersection du cercle centré sur P_{401} et de rayon 1/4 du segment [S_C, P_N]

120 $P_{ente} = \left\{ M_{irror} = 0 : \frac{y_N - y_E}{x_N - x_E}, \frac{y_N - y_W}{x_N - x_W} \right\}$

121 $y - y_N = P_{ente} \cdot (x - x_N)$

122 $(x_N - x_{401})^2 + (y_N - y_{401})^2 - (x - x_N)^2 = \left(\frac{y_N - y_E}{x_N - x_E} \cdot (x - x_N) \right)^2$

Autre écriture pour le calcul de P_{402}

124 $$(x - x_N)^2 = \frac{(x_N - x_{401})^2 + (y_N - y_{401})^2}{1 + P_{ente}^2}$$

125 $$(x_{402}, y_{402})$$

126 $$x_{402} = \left\{ M_{irror} = 0 : x_N + \sqrt{\frac{(x_N - x_{401})^2 + (y_N - y_{401})^2}{1 + P_{ente}^2}}, x_N - \sqrt{\frac{(x_N - x_{401})^2 + (y_N - y_{401})^2}{1 + P_{ente}^2}} \right\}$$

127 $$y_{402} = y_N + P_{ente} \cdot (x_{402} - x_N)$$

128 $$y - y_N = \sqrt{(x_N - x_{401})^2 + (y_N - y_{401})^2 - (x - x_N)^2} \{M_{irror} = 0\} \{x \geq x_{401}\} \{y \geq y_{402}\}$$

129 $$y - y_N = -\sqrt{(x_N - x_{401})^2 + (y_N - y_{401})^2 - (x - x_N)^2} \{M_{irror} = 0\} \{x \geq x_{401}\} \{y \geq y_{402}\}$$

130 $$y - y_N = \sqrt{(x_N - x_{401})^2 + (y_N - y_{401})^2 - (x - x_N)^2} \{M_{irror} = 1\} \{x \leq x_{401}\} \{y \geq y_{402}\}$$

131 $$y - y_N = -\sqrt{(x_N - x_{401})^2 + (y_N - y_{401})^2 - (x - x_N)^2} \{M_{irror} = 1\} \{x \leq x_{401}\} \{y \geq y_{402}\}$$

7 - Angles des servos

133 $R_{servos} = 3$

134 $y = \frac{y_W - y_{SW}}{x_W - x_{SW}} \cdot \left(x + \frac{D_{servos}}{2}\right) \{y \leq 0\} \left\{\left(x + \frac{D_{servos}}{2}\right)^2 + y^2 \leq R_{servos}^2\right\}$

135 $y = \frac{y_E - y_{SE}}{x_E - x_{SE}} \cdot \left(x - \frac{D_{servos}}{2}\right) \{y \leq 0\} \left\{\left(x - \frac{D_{servos}}{2}\right)^2 + y^2 \leq R_{servos}^2\right\}$

136 (x_{SL}, y_{SL})

137 $s_{SL} = \{x_W \leq x_{SW} : 1, -1\}$

138 $x_{SL} = R_{servos} \cdot s_{SL} \cdot \cos\left(\arctan\left(\frac{y_W - y_{SW}}{x_W - x_{SW}}\right)\right) - \frac{D_{servos}}{2}$

139 $y_{SL} = R_{servos} \cdot s_{SL} \cdot \sin\left(\arctan\left(\frac{y_W - y_{SW}}{x_W - x_{SW}}\right)\right)$

140 $q_{SL} = \arctan\left(\frac{y_W - y_{SW}}{x_W - x_{SW}}\right)$

141 $a_{SL} = \left\{q_{SL} \geq 0 : \frac{\operatorname{floor}\left(10 \cdot q_{SL} \cdot \frac{180}{\pi}\right)}{10}, \frac{\operatorname{floor}\left(10 \cdot \left(q_{SL} \cdot \frac{180}{\pi} + 180\right)\right)}{10}\right\}$

142 $$y=\sqrt{R_{servos}^{2}-\left(\frac{D_{servos}}{2}+x\right)^{2}}\left\{x\geq-\frac{D_{servos}}{2}+R_{servos}\cdot\cos\left(q_{SL}\right)\right\}$$

143 $$y=\sqrt{R_{servos}^{2}-\left(\frac{D_{servos}}{2}+x\right)^{2}}\left\{x\geq-\frac{D_{servos}}{2}-R_{servos}\cdot\cos\left(q_{SL}\right)\right\}\left\{a_{SL}>90\right\}$$

144 $$\left(x_{SR},y_{SR}\right)$$

145 $$s_{SR}=\left\{x_{E}\leq x_{SE}:1,-1\right\}$$

146 $$x_{SR}=R_{servos}\cdot s_{SR}\cdot\cos\left(\arctan\left(\frac{y_{E}-y_{SE}}{x_{E}-x_{SE}}\right)\right)+\frac{D_{servos}}{2}$$

147 $$y_{SR}=R_{servos}\cdot s_{SR}\cdot\sin\left(\arctan\left(\frac{y_{E}-y_{SE}}{x_{E}-x_{SE}}\right)\right)$$

148 $$q_{SR}=\arctan\left(\frac{y_{E}-y_{SE}}{x_{E}-x_{SE}}\right)$$

149 $$a_{SR}=\left\{q_{SR}\geq0:\frac{\operatorname{floor}\left(10\cdot q_{SR}\cdot\frac{180}{\pi}\right)}{10},\frac{\operatorname{floor}\left(10\cdot\left(q_{SR}\cdot\frac{180}{\pi}+180\right)\right)}{10}\right\}$$

150 $$y=\sqrt{R_{servos}^{2}-\left(\frac{D_{servos}}{2}-x\right)^{2}}\left\{x\geq\frac{D_{servos}}{2}+R_{servos}\cdot\cos\left(q_{SR}\right)\right\}$$

151 $$y=\sqrt{R_{servos}^{2}-\left(\frac{D_{servos}}{2}-x\right)^{2}}\left\{x\geq\frac{D_{servos}}{2}-R_{servos}\cdot\cos\left(q_{SR}\right)\right\}\left\{a_{SR}>90\right\}$$

8 - Vérification validité du pantographe

Somme des angles intérieurs au pantographe. Si égal à 540°, le pantographe est convexe et valide sinon le pantographe est concave et invalide

154 $$A_{W}=\arctan\left(\frac{y_{N}-y_{W}}{x_{N}-x_{W}}\right)-q_{SL}$$

155 $$F_{W}=\left\{A_{W}\geq0:\operatorname{floor}\left(A_{W}\cdot\frac{180}{\pi}\right),A_{W}<0:\operatorname{floor}\left(A_{W}\cdot\frac{180}{\pi}+180\right)\right\}$$

156 $$A_{E}=-\arctan\left(\frac{y_{N}-y_{E}}{x_{N}-x_{E}}\right)+q_{SR}$$

157 $$F_{E}=\left\{A_{E}\geq0:\operatorname{floor}\left(A_{E}\cdot\frac{180}{\pi}\right),A_{E}<0:\operatorname{floor}\left(A_{E}\cdot\frac{180}{\pi}+180\right)\right\}$$

158 $$F_{N}=180-\left(F_{W}-180+a_{SL}\right)-\left(F_{E}-a_{SR}\right)$$

159 $$F_{N2}=\left\{F_{N}<180:F_{N},F_{N}\geq180:F_{N}-180\right\}$$

160 $$F=F_{W}+F_{E}+F_{N2}+a_{SL}+\left(180-a_{SR}\right)$$

Affichage erreur en barrant le graphique dans le cas où le pantographe n'est pas valide mécaniquement

162 $y = \{F < 540 : x\}$

163 $y = \{F < 540 : -x\}$

L'ordonnée du support crayon doit être strictement positive

165 $y = \{y_{SC} < 0 : x\}$

166 $y = \{y_{SC} < 0 : -x\}$

Les 3 discriminants D_1, D_2 et D_3 doivent être positifs ou nuls

168 $y = \{D_1 \leq 0 : x\}$

169 $y = \{D_1 \leq 0 : -x\}$

170 $y = \{D_2 \leq 0 : x\}$

171 $y = \{D_2 \leq 0 : -x\}$

172 $y = \{D_3 \leq 0 : x\}$

173 $y = \{D_3 \leq 0 : -x\}$

9 - Zone de traçage théorique (calcul général de la position de $\mathrm{S}_{C)}$

Obtention du point S_C en fonction de P_N et P_E (si M = 0) ou P_W (si M = 1) en utilisant un changement de repère (translation et rotation)

176 (x_{100}, y_{100})

177 $x_{100} = \{M_{irror} = 0 : x_E, x_W\}$

178 $y_{100} = \{M_{irror} = 0 : y_E, y_W\}$

179 $\beta = \arctan\left(\frac{y_N - y_{100}}{x_N - x_{100}}\right)$

180 $s_{Beta} = \{\beta < 0 : \{y_N > y_{100} : -1, 1\}, \{y_N > y_{100} : 1, -1\}\}$

181 (x_{sc}, y_{sc})

182 $x_{sc} = \{M_{irror} = 0 : x_N + s_{Beta} \cdot (W_{SC} \cdot \cos\beta + E_{SC} \cdot \sin\beta), x_N + s_{Beta} \cdot (W_{SC} \cdot \cos\beta - E_{SC} \cdot \sin\beta)\}$

183 $$y_{sc} = \{M_{irror} = 0 : y_N + s_{Beta} \cdot (W_{SC} \cdot \sin\beta - E_{SC} \cdot \cos\beta)\,, y_N + s_{Beta} \cdot (W_{SC} \cdot \sin\beta + E_{SC} \cdot \cos\beta)\}$$

10 - Zone de traçage théorique (8 points caractéristiques)

Le calcul des 8 points caractéristiques et des centres des cercles correspondant sont effectués dans le cas M = 0; dans le cas M = 1, il suffit d'utiliser l'opposé sur l'abscisse de ces 8 points et des centres des cercles correspondants

186 $$\beta_0 = \pi - \arccos\left(\frac{(L_S+D_{servos})^2+(L_N+L_S)^2-L_N^2}{2\cdot(L_S+D_{servos})\cdot(L_N+L_S)}\right)$$

187 $$(x_{N0}, y_{N0})$$

188 $$x_{N0} = \frac{D_{servos}}{2} - (L_N + L_S) \cdot \cos(\pi - \beta_0)$$

189 $$y_{N0} = (L_N + L_S) \cdot \sin(\pi - \beta_0)$$

190 $$(x_{SC0}, y_{SC0})$$

191 $$x_{SC0} = x_{N0} + (W_{SC} \cdot \cos\beta_0 + E_{SC} \cdot \sin\beta_0)$$

192 $$y_{SC0} = y_{N0} + (W_{SC} \cdot \sin\beta_0 - E_{SC} \cdot \cos\beta_0)$$

Vérification de la distance de P_{N0} à SR

194 $$\sqrt{\left(|x_{N0}|+\frac{D_{servos}}{2}\right)^2+y_{N0}^2}$$

Vérification de la distance de P_{N0} à P_W qui est sur l'axe des abscisses

196 $$\sqrt{\left(|x_{N0}|-\left(\frac{D_{servos}}{2}+L_S\right)\right)^2+y_{N0}^2}$$

197 $$(x_{N1},y_{N1})$$

198 $$x_{N1}=0$$

199 $$y_{N1}=\sqrt{(L_N+L_S)^2-\left(\frac{D_{servos}}{2}\right)^2}$$

Vérification

201 $$\beta_1=\pi-\arccos\left(\frac{D_{servos}}{2\cdot(L_N+L_S)}\right)$$

202 $$(x_{SC1},y_{SC1})$$

203 $x_{SC1} = x_{N1} + (W_{SC} \cdot \cos\beta_1 + E_{SC} \cdot \sin\beta_1)$

204 $y_{SC1} = y_{N1} + (W_{SC} \cdot \sin\beta_1 - E_{SC} \cdot \cos\beta_1)$

205 (x_{N3}, y_{N3})

206 $\alpha_3 = \arccos\left(\frac{(D_{servos}+L_S)^2+(L_N+L_S)^2-L_N^2}{2\cdot(D_{servos}+L_S)\cdot(L_N+L_S)}\right)$

207 $x_{N3} = (L_N + L_S) \cdot \cos\alpha_3 - \frac{D_{servos}}{2}$

208 $y_{N3} = (L_N + L_S) \cdot \sin\alpha_3$

209 $\beta_3 = \arctan\left(\frac{y_{N3}}{x_{N3}-\left(\frac{D_{servos}}{2}+L_S\right)}\right)$

210 $s_{Beta3} = \{\beta_3 > 0 : 1, -1\}$

211 (x_{SC3}, y_{SC3})

212 $x_{SC3} = x_{N3} + s_{Beta3} \cdot (W_{SC} \cdot \cos\beta_3 + E_{SC} \cdot \sin\beta_3)$

213 $y_{SC3} = y_{N3} + s_{Beta3} \cdot (W_{SC} \cdot \sin\beta_3 - E_{SC} \cdot \cos\beta_3)$

214 (x_{N4}, y_{N4})

215 $c_4 = \left(\frac{(D_{servos}+L_S)^2+(2L_N)^2-L_S^2}{2\cdot(D_{servos}+L_S)\cdot 2L_N}\right)$

216 $\alpha_4 = \left\{c_4 \leq 1 : \arccos c_4, \arccos \frac{\frac{D_{servos}}{2}+L_S}{L_N}\right\}$

217 $\beta_4 = \pi - \alpha_4$

218 $x_{N4} = \left\{c_4 \leq 1 : \left(\frac{D_{servos}}{2} + L_S\right) - L_N \cdot \cos\alpha_4, 0\right\}$

219 $y_{N4} = \left\{c_4 \leq 1 : L_N \cdot \sin\alpha_4, \sqrt{L_N^2 - \left(\frac{D_{servos}}{2} + L_S\right)^2}\right\}$

Vérification

221 $\sqrt{\left(\left(\frac{D_{servos}}{2} + L_S\right) - x_{N4}\right)^2 + y_{N4}^2}$

222 (x_{SC4}, y_{SC4})

223 $x_{SC4} = x_{N4} + (W_{SC} \cdot \cos\beta_4 + E_{SC} \cdot \sin\beta_4)$

224 $y_{SC4} = y_{N4} + (W_{SC} \cdot \sin\beta_4 - E_{SC} \cdot \cos\beta_4)$

225 (x_{N6}, y_{N6})

226 $x_{N6} = -x_{N4}$

227 $y_{N6} = y_{N4}$

228 (x_{SC6}, y_{SC6})

229 $\beta_6 = \pi - \beta_4$

Si P_{N4} est sur l'axe des ordonnées, le point SC_6 est confondu avec le point SC_4 et la partie sud de la zone de traçage théorique est inexistante

231 $x_{SC6} = \{c_4 \leq 1 : x_{N6} - (W_{SC} \cdot \cos\beta_6 + E_{SC} \cdot \sin\beta_6), x_{SC4}\}$

232 $y_{SC6} = \{c_4 \leq 1 : y_{N6} - (W_{SC} \cdot \sin\beta_6 - E_{SC} \cdot \cos\beta_6), y_{SC4}\}$

233 (x_{N5}, y_{N5})

234 $x_{N5} = 0$

235 $y_{N5} = \left\{ L_S^2 - \left(L_N - \frac{D_{servos}}{2}\right)^2 \geq 0 : \sqrt{L_S^2 - \left(L_N - \frac{D_{servos}}{2}\right)^2}, y_{N6} \right\}$

236 (x_{SC5}, y_{SC5})

237 $x_{SC5} = \left\{ L_S^2 - \left(L_N - \frac{D_{servos}}{2}\right)^2 \geq 0 : x_{N5} - W_{SC}, x_{SC4} \right\}$

238 $y_{SC5} = \left\{ L_S^2 - \left(L_N - \frac{D_{servos}}{2}\right)^2 \geq 0 : y_{N5} + E_{SC}, y_{SC4} \right\}$

Point SC_2 distant de $(L_N + L_S)$ à P_{SW} et sur la médiatrice du segment $[P_{N1}, P_{N63}]$

240 $P_{N2} = (y_{N1} - y_{N3}) \cdot \frac{y_{N1}+y_{N3}}{2} + (x_{N1} - x_{N3}) \cdot \frac{x_{N1}+x_{N3}}{2}$

241 $Q_{N2} = (L_N + L_S) \cdot \sqrt{(x_{N1} - x_{N3})^2 + (y_{N1} - y_{N3})^2} - (y_{N1} - y_{N3}) \cdot \frac{D_{servos}}{2}$

242 $$(x_{N1} - x_{N3}) \cdot x + (y_{N1} - y_{N3}) \cdot y = P_{N2}$$

243 $$(y_{N1} - y_{N3}) \cdot x - (x_{N1} - x_{N3}) \cdot y = Q_{N2}$$

244 $$(x_{N2}, y_{N2})$$

245 $$x_{N2} = \frac{P_{N2} \cdot (x_{N1} - x_{N3}) + Q_{N2} \cdot (y_{N1} - y_{N3})}{(x_{N1} - x_{N3})^2 + (y_{N1} - y_{N3})^2}$$

246 $$y_{N2} = \frac{P_{N2} \cdot (y_{N1} - y_{N3}) - Q_{N2} \cdot (x_{N1} - x_{N3})}{(x_{N1} - x_{N3})^2 + (y_{N1} - y_{N3})^2}$$

Intersection des 2 cercles (P_{N2}; L_N) et (P_{SE}; L_S) (obtention du pivot P_{E2} (notations de Intersection de 2 cercles) avec le calcul de la pente du segment [P_{N2}, P_{E2}]

248 $$N_{N2} = \frac{L_N^2 - L_S^2 - x_{N2}^2 + \left(\frac{D_{servos}}{2}\right)^2 - y_{N2}^2}{-2 \cdot y_{N2}}$$

249 $$A_{N2} = \left(\frac{x_{N2} - \frac{D_{servos}}{2}}{y_{N2}}\right)^2 + 1$$

250 $$B_{N2} = 2 \cdot \left(\left(\frac{x_{N2} - \frac{D_{servos}}{2}}{y_{N2}}\right) \cdot (y_{N2} - N_{N2}) - x_{N2}\right)$$

251 $C_{N2} = x_{N2}^2 + y_{N2}^2 + N_{N2}^2 - L_N^2 - 2 \cdot y_{N2} \cdot N_{N2}$

252 $D_{N2} = B_{N2}^2 - 4 \cdot A_{N2} C_{N2}$

253 (x_{E2}, y_{E2})

254 $x_{E2} = \frac{-B_{N2} + \sqrt{D_{N2}}}{2 \cdot A_{N2}}$

255 $y_{E2} = N_{N2} - x_{E2} \cdot \left(\frac{x_{N2} - \frac{D_{servos}}{2}}{y_{N2}} \right)$

256 $\beta_2 = \arctan\left(\frac{y_{N2} - y_{E2}}{x_{N2} - x_{E2}} \right)$

257 (x_{SC2}, y_{SC2})

258 $s_{Beta2} = \{\beta_2 > 0 : 1, -1\}$

259 $x_{SC2} = x_{N2} + s_{Beta2} \cdot (W_{SC} \cdot \cos\beta_2 + E_{SC} \cdot \sin\beta_2)$

260 $y_{SC2} = y_{N2} + + s_{Beta2} \cdot (W_{SC} \cdot \sin\beta_2 - E_{SC} \cdot \cos\beta_2)$

Point SC_7 distant de L_N à P_W et sur la médiatrice du segment $[P_{N0}, P_{N6}]$

262 $$P_{N7}=\left(y_{N0}-y_{N6}\right)\cdot\frac{y_{N0}+y_{N6}}{2}+\left(x_{N0}-x_{N6}\right)\cdot\frac{x_{N0}+x_{N6}}{2}$$

263 $$Q_{N7}=L_N\cdot\sqrt{\left(x_{N0}-x_{N6}\right)^2+\left(y_{N0}-y_{N6}\right)^2}-\left(y_{N0}-y_{N6}\right)\cdot\left(\frac{D_{servos}}{2}+L_S\right)$$

264 $$\left(x_{N0}-x_{N6}\right)\cdot x+\left(y_{N0}-y_{N6}\right)\cdot y=P_{N7}$$

265 $$\left(y_{N0}-y_{N6}\right)\cdot x-\left(x_{N0}-x_{N6}\right)\cdot y=Q_{N7}$$

266 $$\left(x_{N7},y_{N7}\right)$$

267 $$x_{N7}=\frac{P_{N7}\cdot\left(x_{N0}-x_{N6}\right)+Q_{N7}\cdot\left(y_{N0}-y_{N6}\right)}{\left(x_{N0}-x_{N6}\right)^2+\left(y_{N0}-y_{N6}\right)^2}$$

268 $$y_{N7}=\frac{P_{N7}\cdot\left(y_{N0}-y_{N6}\right)-Q_{N7}\cdot\left(x_{N0}-x_{N6}\right)}{\left(x_{N0}-x_{N6}\right)^2+\left(y_{N0}-y_{N6}\right)^2}$$

Intersection des 2 cercles $(P_{N7}; L_N)$ et $(P_{SE}; L_S)$ (obtention du pivot P_{E7} (notations de Intersection de 2 cercles) avec le calcul de la pente du segment $[P_{N7}, P_{E7}]$

270 $$N_{N7}=\frac{L_N^2-L_S^2-x_{N7}^2+\left(\frac{D_{servos}}{2}\right)^2-y_{N7}^2}{-2\cdot y_{N7}}$$

271 $A_{N7} = \left(\frac{x_{N7} - \frac{D_{servos}}{2}}{y_{N7}}\right)^2 + 1$

272 $B_{N7} = 2 \cdot \left(\left(\frac{x_{N7} - \frac{D_{servos}}{2}}{y_{N7}}\right) \cdot (y_{N7} - N_{N7}) - x_{N7}\right)$

273 $C_{N7} = x_{N7}^2 + y_{N7}^2 + N_{N7}^2 - L_N^2 - 2 \cdot y_{N7} \cdot N_{N7}$

274 $D_{N7} = B_{N7}^2 - 4 \cdot A_{N7} C_{N7}$

275 (x_{E7}, y_{E7})

276 $x_{E7} = \frac{-B_{N7} + \sqrt{D_{N7}}}{2 \cdot A_{N7}}$

277 $y_{E7} = N_{N7} - x_{E7} \cdot \left(\frac{x_{N7} - \frac{D_{servos}}{2}}{y_{N7}}\right)$

278 $\beta_7 = \arctan\left(\frac{y_{N7} - y_{E7}}{x_{N7} - x_{E7}}\right)$

279 (x_{SC7}, y_{SC7})

280 $$x_{SC7} = x_{N7} - (W_{SC} \cdot \cos\beta_7 + E_{SC} \cdot \sin\beta_7)$$

281 $$y_{SC7} = y_{N7} - (W_{SC} \cdot \sin\beta_7 - E_{SC} \cdot \cos\beta_7)$$

11 - Zone de traçage théorique (cercles reliant les points caractéristiques)

283 $$(x_{ZoneTracage}, y_{ZoneTracage})$$

284 $$x_{ZoneTracage} = 0$$

285 $$y_{ZoneTracage} = y_{SC1} + 1$$

286 $$y = \left\{ M_{irror} = 0 : \sqrt{Y_{SC}^2 - \left(x - \frac{D_{servos}}{2}\right)^2} \{x \geq x_{SC0}\} \{x \leq x_{SC1}\} , \sqrt{Y_{SC}^2 - \left(x + \frac{D_{servos}}{2}\right)^2} \{x \geq -x_{SC1}\} \{x \leq -x_{SC0}\} \right\}$$

287 $$y = \left\{ M_{irror} = 0 : \sqrt{Z_{SC}^2 - \left(x - L_S - \frac{D_{servos}}{2}\right)^2} \{x \leq x_{SC3}\} \{x \geq x_{SC4}\} , \sqrt{Z_{SC}^2 - \left(x + L_S + \frac{D_{servos}}{2}\right)^2} \{x \geq -x_{SC3}\} \{x \leq -x_{SC4}\} \right\}$$

Cercle de centre C_{123} passant par SC_1, SC_2 et SC_3. Remarque 1: Approximation de la courbe réelle lorsque P_N parcourt le cercle de la zone théorique de traçage;-) (cf. Centre et rayon d'un cercle passant par trois points donnés). Remarque 2: N'est pas satisfaisant lorsque les servos et/ou le support crayon sont éloignés respectivement de P_N et/ou de l'origine

289 (x_{C123}, y_{C123})

290 $$x_{C123} = -\frac{\frac{x_{SC1}^2-x_{SC2}^2+y_{SC1}^2-y_{SC2}^2}{2\cdot(y_{SC1}-y_{SC2})}-\frac{x_{SC2}^2-x_{SC3}^2+y_{SC2}^2-y_{SC3}^2}{2\cdot(y_{SC2}-y_{SC3})}}{\frac{x_{SC2}-x_{SC3}}{y_{SC2}-y_{SC3}}-\frac{x_{SC1}-x_{SC2}}{y_{SC1}-y_{SC2}}}$$

291 $$y_{C123} = -\frac{x_{SC2}-x_{SC3}}{y_{SC2}-y_{SC3}} \cdot x_{C123} + \frac{x_{SC2}^2-x_{SC3}^2+y_{SC2}^2-y_{SC3}^2}{2\cdot(y_{SC2}-y_{SC3})}$$

292 $$y - y_{C123} = \sqrt{(x_{C123}-x_{SC2})^2+(y_{C123}-y_{SC2})^2-(x-x_{C123})^2}\,\{M_{irror}=0\}\,\{x \geq x_{SC1}\}\,\{x \leq x_{SC3}\}$$

Dans le cas où M = 1, les 3 points caractéristiques et le centre ont des abscisses opposées à celles du cas M = 0

294 $$y - y_{C123} = \sqrt{(x_{C123}-x_{SC2})^2+(y_{C123}-y_{SC2})^2-(x+x_{C123})^2}\,\{M_{irror}=1\}\,\{x \geq -x_{SC3}\}\,\{x \leq -x_{SC1}\}$$

Cercle de centre C_{076} passant par SC_0, SC_7 et SC_6.

296 (x_{C076}, y_{C076})

297 $$x_{C076} = -\frac{\frac{x_{SC0}^2-x_{SC7}^2+y_{SC0}^2-y_{SC7}^2}{2\cdot(y_{SC0}-y_{SC7})}-\frac{x_{SC7}^2-x_{SC6}^2+y_{SC7}^2-y_{SC6}^2}{2\cdot(y_{SC7}-y_{SC6})}}{\frac{x_{SC7}-x_{SC6}}{y_{SC7}-y_{SC6}}-\frac{x_{SC0}-x_{SC7}}{y_{SC0}-y_{SC7}}}$$

298 $$y_{C076} = -\frac{x_{SC7}-x_{SC6}}{y_{SC7}-y_{SC6}} \cdot x_{C076} + \frac{x_{SC7}^2-x_{SC6}^2+y_{SC7}^2-y_{SC6}^2}{2\cdot(y_{SC7}-y_{SC6})}$$

299 $$y - y_{C076} = \sqrt{(x_{C076}-x_{SC7})^2 + (y_{C076}-y_{SC7})^2 - (x-x_{C076})^2}\,\{M_{irror}=0\}\,\{x \geq x_{SC0}\}\,\{x \leq x_{SC6}\}$$

Dans le cas où M = 1, les 3 points caractéristiques et le centre ont des abscisses opposées à celles du cas M = 0

301 $$y - y_{C076} = \sqrt{(x_{C076}-x_{SC7})^2 + (y_{C076}-y_{SC7})^2 - (x+x_{C076})^2}\,\{M_{irror}=1\}\,\{x \geq -x_{SC6}\}\,\{x \leq -x_{SC0}\}$$

si c_4 est inférieur ou égal à 1, cercle de centre C_{654} passant par SC_5, SC_6 et SC_4.

303 $$(x_{C654}, y_{C654})$$

304 $$x_{C654} = \left\{c_4 \leq 1 : -\frac{\frac{x_{SC6}^2-x_{SC5}^2+y_{SC6}^2-y_{SC5}^2}{2\cdot(y_{SC6}-y_{SC5})} - \frac{x_{SC5}^2-x_{SC4}^2+y_{SC5}^2-y_{SC4}^2}{2\cdot(y_{SC5}-y_{SC4})}}{\frac{x_{SC5}-x_{SC4}}{y_{SC5}-y_{SC4}} - \frac{x_{SC6}-x_{SC5}}{y_{SC6}-y_{SC5}}}\right\}$$

305 $$y_{C654} = \left\{c_4 \leq 1 : -\frac{x_{SC5}-x_{SC4}}{y_{SC5}-y_{SC4}} \cdot x_{C654} + \frac{x_{SC5}^2-x_{SC4}^2+y_{SC5}^2-y_{SC4}^2}{2\cdot(y_{SC5}-y_{SC4})}\right\}$$

306 $$y - y_{C654} = \left\{c_4 \leq 1 : \sqrt{(x_{C654}-x_{SC5})^2 + (y_{C654}-y_{SC5})^2 - (x-x_{C654})^2}\,\{M_{irror}=0\}\,\{x \geq x_{SC6}\}\,\{x \leq x_{SC4}\}\right\}$$

Dans le cas où M = 1, les 3 points caractéristiques et le centre ont des abscisses opposées à celles du cas M = 0

308 $$y - y_{C654} = \left\{c_4 \leq 1 : \sqrt{\left(x_{C654} - x_{SC5}\right)^2 + \left(y_{C654} - y_{SC5}\right)^2 - \left(x + x_{C654}\right)^2} \left\{M_{irror} = 1\right\} \left\{x \geq -x_{SC4}\right\} \left\{x \leq -x_{SC6}\right\}\right\}$$

12 - Informations supplémentaires pour la documentation

310 $\left(x_{PWN}, y_{PWN}\right)$

311 $x_{PWN} = \frac{x_N + x_W}{2}$

312 $y_{PWN} = \frac{y_N + y_W}{2}$

313 $\left(x_{PNE}, y_{PNE}\right)$

314 $x_{PNE} = \frac{x_N + x_E}{2}$

315 $y_{PNE} = \frac{y_N + y_E}{2}$

316 $\left(x_{ESE}, y_{ESE}\right)$

317 $x_{ESE} = \frac{x_E + x_{SE}}{2}$

318 $y_{ESE} = \frac{y_E + y_{SE}}{2}$

319 (x_{WSW}, y_{WSW})

320 $x_{WSW} = \frac{x_W + x_{SW}}{2}$

321 $y_{WSW} = \frac{y_W + y_{SW}}{2}$

Fin du programme

6 Conclusion

- Les 2 feuilles de calcul permettent de vérifier que les 2 fonctions **Position $\mathbf{S}_C$ = fonction(angles servos $\mathbf{S}_L$ et $\mathbf{S}_R$)** et **Angles servos $\mathbf{S}_L$ et $\mathbf{S}_R$ = fonction(position de $\mathbf{S}_C$)** sont chacune inverse l'une de l'autre.
- L'ensemble des formules de chaque feuille de calcul n'est pas à prendre en compte dans un portage dans un autre langage car nombre d'entre elles sont associées à la présentation comme la zone de traçage théorique du support crayon ou le dessin des branches du pantographe.